

Übung zur Vorlesung Informatik II

Blatt 9

31. Sei $f : B^n \rightarrow B$, $B = \{0, 1\}$, Boolesche Funktion. Leiten Sie aus der DNF für $\neg f$ die KNF für f selbst ab. (2 Punkte)
32. Seien Boolesche Funktionen $f, g : B^n \rightarrow B$, mit $f \neq g$, durch ihre Ringsummendarstellungen (Shegalkin-Polynome) gegeben. Zeigen Sie, wie ein Vektor $b \in B^n$ gefunden werden kann mit $f(b) \neq g(b)$, dabei soll *nicht* auf die triviale Weise: "teste $\forall b \in B^n : f(b) \stackrel{!}{\neq} g(b)$ " verfahren werden. (3 Punkte)
33. Sei $n \in \mathbb{N}$ fest und $f : B^n \rightarrow B$ eine Boolesche Funktion.

- a) Sei nun $f = f_{\oplus}^{(n)}$ definiert durch

$$\mathbf{x} := (x_1, \dots, x_n) \mapsto f_{\oplus}^{(n)}(\mathbf{x}) = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$$

Beweisen Sie: Die DNF-Darstellung von $f_{\oplus}^{(n)}$ besteht aus genau 2^{n-1} Mintermen. (4 Punkte)

- b) Sei nun $n = 4$ und $f : B^4 \rightarrow B$ definiert durch

$$(w, x, y, z) \mapsto f(w, x, y, z) = f_{\oplus}^{(4)}(w, x, y, z) \vee \overline{wxy\bar{z}} \vee \overline{wx\bar{y}z} \vee \overline{wxy\bar{z}}$$

- i) Bestimmen Sie eine DNF- sowie eine KNF-Darstellung von f . (3 Punkte)
ii) Geben Sie das Karnaugh-Diagramm zur DNF von f an und bestimmen Sie an Hand dessen $PI(f)$ (Begründung!) und ein Minimalpolynom für f (Begründung!). (6 Punkte)

34. Sei die Boolesche Funktion $f : B^4 \rightarrow B$ definiert durch (\rightarrow bedeutet logische Implikation):

$$(w, x, y, z) \mapsto f(w, x, y, z) = w \oplus (x \rightarrow (\bar{y} \rightarrow z))$$

- a) Bestimmen Sie die Wertetabelle zu f und daraus eine DNF- sowie eine KNF-Darstellung von f . (3 Punkte)
b) Geben Sie das Karnaugh-Diagramm zur DNF von f an und bestimmen Sie an Hand dessen $PI(f)$ (Begründung!) und ein Minimalpolynom für f (Begründung!). (4 Punkte)
c) Verifizieren Sie Ihr Ergebnis aus b) für $PI(f)$ mittels des (verbesserten) Quine-McClusky-Algorithmus durch explizite Berechnung aller relevanten Mengen $Q_{i,l}, P_i$. (5 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 10.1.2007 nach der Vorlesung im Hörsaal II der Physik. Inst. oder bis 16.00 Uhr in den Briefkasten im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohligstr.1) mit der Aufschrift **Informatik II-Übungen**.

Wir wünschen allen Hörerinnen und Hörern fröhliche Weihnachten und ein erfolgreiches Jahr 2007