

Übung zur Vorlesung Informatik II

Blatt 7

23. Schreiben Sie ein Java-Programm, welches rekursiv alle Permutationen einer Menge $\{1, \dots, n\}$ generiert. Testen Sie Ihr Programm für $n \in \{3, 4, 5\}$ und erstellen Sie zugehörige Ergebnisdateien (die in gedruckter Form abzugeben sind). (6 Punkte)

24. Betrachten Sie das *Euklidische Handlungsreisenden-Problem (HRP)* im \mathbb{R}^n .

(a) Zeigen Sie, dass auf $\mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$, durch die nachfolgend definierten Abbildungen $d_i : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ($i = 1, 2$) jeweils eine Metrik (positive Definitheit, Symmetrie, Dreiecksungleichung) definiert wird (*Euklidische Metrik*): Für $n = 1$ sei $d_1(x, y) := |x - y|, x, y \in \mathbb{R}$, und jeweils für festes $n \geq 2$:

$$d_2(x, y) := \left(\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \right)^{1/2},$$

$\forall x = (x_1, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$. Machen Sie zum Beweis der Dreiecksungleichung (für $n \geq 2$) von folgender Tatsache Gebrauch (ohne Beweis):

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i y_i \right| \leq \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 \right)^{1/2}.$$

(b) Geben Sie die exakte Formulierung der Problemstellung an für $n > 2$ beliebig, aber fest und übertragen Sie das Verfahren von Held/Karp.

(c) Formulieren Sie das Problem in geeigneter Weise für den Fall $n = 1$ (um) und bestimmen Sie dann dafür die optimale Lösung.

(8 Punkte)

25. Das HRP für beliebige Graphen sei wie folgt definiert: Eingabe: ungerichteter, nicht notwendigerweise vollständiger Graph mit positiven Kantenkosten. Frage: Gibt es eine Rundreise in G mit minimaler Kostensumme? Zeigen Sie mittels dynamischer Programmierung, dass das HRP lösbar ist für folgenden Graphen $G = (V, E, c)$. Geben Sie dabei alle untersuchten Mengen mit den zugehörigen Kosten-Werten an. $V = \{v_0, v_1, v_2, v_3, v_4\}, (E, c) = \{v_0 \stackrel{2}{-} v_1, v_0 \stackrel{3}{-} v_3, v_0 \stackrel{1}{-} v_4, v_1 \stackrel{2}{-} v_2, v_1 \stackrel{3}{-} v_4, v_2 \stackrel{1}{-} v_3, v_3 \stackrel{2}{-} v_4\}$. (4 Punkte)

26. Betrachten Sie den in der Vorlesung behandelten Algorithmus zur Bestimmung der 2-Zusammenhangskomponenten (Blöcke) und AP in einem (zusammenhängendem) ungerichteten Graphen $G = (V, E)$.

(a) Implementieren Sie den Algorithmus in JAVA. Jeder Block soll durch eine eindeutige Nummer gekennzeichnet und die Anzahl der in ihm enthaltenen Knoten und Kanten bestimmt werden. Geben Sie anschließend Knoten und Kanten in gleicher Reihenfolge wie eingelesen aus und zu jedem Knoten und jeder Kante die Nummer(n) der jeweils enthaltenden Komponente(n). Artikulationspunkte sollen dabei gesondert gekennzeichnet werden.

- (b) Sei $G(x)$ der (ungerichtete und ungewichtete) Beispielgraph aus Aufgabe x (d.h. evtl. dort vorhandene Kantengewichte und -orientierungen sind zu ignorieren). Testen Sie Ihr Programm an den Graphen: $G(13)$, $G(18)$, $G(25)$. Erstellen Sie Ergebnisdateien, die in gedruckter Form abzugeben sind.

(15 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 13.12.2006 nach der Vorlesung im Hörsaal II der Physik. Inst. oder bis 16.00 Uhr in den Briefkasten im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohlighstr.1) mit der Aufschrift **Informatik II-Übungen**.