

Übung zur Vorlesung Informatik II

Blatt 6

20. Konstruieren Sie die ersten Union-Find-Bäume T_k von kleinstem Rang (ohne Pfadkomprimierung), wobei T_k aus 2^k Knoten für $k \in \{0, 1, \dots, 5\}$ bestehen soll. Geben Sie ferner die allgemeine Konstruktionsvorschrift an. (3 Punkte)
21. Implementieren Sie die in der Vorlesung dargestellte Union-Find-Datenstruktur (UFD) in JAVA, hier soll die Find-Funktion auch die Pfadkomprimierung durchführen. (15 Punkte)
22. Seien $A : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ die Ackermann-Funktion und $\alpha : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ ihre Pseudo-Inverse wie in der Vorlesung definiert.
- (a) Sei $f : S \rightarrow S$ eine Abbildung, dann wird die j . Iterierte von f rekursiv definiert durch $f^{(0)}(x) = x, \forall x \in S$ und $f^{(j+1)}(x) = f(f^{(j)}(x)), \forall x \in S, \forall j \in \mathbb{N}_0$. Nun wird für $k \in \mathbb{N}_0$ beliebig, aber fest die folgende Abbildung definiert:

$$a_k : \mathbb{N}_0 \ni x \mapsto a_k(x) := A(k, x) \in \mathbb{N}_0$$

Zeigen Sie, dass gilt $A(i, x) = a_{i-1}^{(x)}(1), \forall (i, x) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}_0$ und berechnen Sie explizit a_0, a_1, a_2, a_3 . Analog sei $b_k : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_0$, für festes $k \in \mathbb{N}_0$ die durch $b_k(x) := A(x, k), \forall x \in \mathbb{N}$, definierte Abbildung. Berechnen Sie ausschließlich durch Verwendung der Funktionen a_k die Funktionen b_0, b_1, b_2 und zeigen Sie durch ausschließliche Verwendung der Funktionen a_k, b_k , dass gilt $b_k(1) = 2^k$ sowie

$$b_k(x) = b_{b_{\dots b_{b_4(x-1)}(x-1)} \dots (x-1)}(x-1), \forall x \geq 2, \forall k \geq 3$$

Hier soll auf der rechten Seite angedeutet sein, dass oberhalb von b_4 genau $k - 3$ mal b steht.

Sei nun $j \in \mathbb{N}$ beliebig aber fest. Berechnen Sie $\alpha(1, A(1, A(j, 4)))$. (6 Punkte)

- (b) Implementieren Sie in JAVA je ein Programm zur Berechnung von A und α . Prozessieren Sie zur Kontrolle $A(n, m)$ im Bereich $(n, m) \in \{0, 1, 2, 3\}^2$ und geben Sie eine Ergebnistabelle aus, die in gedruckter Form mit abzugeben ist. (6 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 6.12.2006 nach der Vorlesung im Hörsaal II der Physik. Inst. oder bis 16.00 Uhr in den Briefkasten im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohligstr.1) mit der Aufschrift **Informatik II-Übungen**.