Universität zu Köln

Institut für Informatik
Prof. Dr. Ewald Speckenmeyer
Dr. Stefan Porschen

Pohligstr. 1
D–50969 Köln, 31.10.2006

Tel.: +49 221 470-5376
Fax: +49 221 470-5387
e–mail: porschen@informatik.uni–koeln.de

Übung zur Vorlesung Informatik II

Blatt 2

5. Sei G ein beliebiger (endlicher) Graph. Definieren Sie in JAVA Adjazenzlisten für die vier Fälle G (un-)gerichtet, (un-)gewichtet. (12 Punkte) (Abgabe elektronisch)

6. Neben der Adjazenzmatrix $A = (a_{ij})$ kann ein Graph $G = (V, E)$, G sei ungerichtet und ungewichtet, auch durch seine *Inzidenzmatrix* $B = (b_{ij})$ repräsentiert werden, deren Einträge definiert sind durch $b_{ij} = 1$, falls $v_i \in e_j$ und $b_{ij} = 0$, sonst,$\forall v_i \in V, e_j \in E$. Sei $C = BB^T$. Zeigen Sie:
$$A + \mathrm{diag}(d(v_1), \ldots , d(v_{|V|})) = C$$
wobei $d(v_i)$ den *Grad* des Knotens $v_i \in V$ bezeichnet, also die Anzahl der mit ihm inzidenten Kanten. (Es bezeichnet $\mathrm{diag}(x_1, \ldots , x_n)$ eine Diagonalmatrix mit Einträgen $x_1, \ldots , x_n$.) (4 Punkte)

7. Zu dem zusammenhängenden Graphen G sei eine *Distanzfunktion* $d : V(G)^2 \to \mathbb{N}_0$ durch folgende Vorschrift definiert:
$$d(v_1, v_2) = \min\{n \geq 0 | \exists P(v_1, v_2, n)\}$$
Es bezeichnet hier $P(v_1, v_2, n)$ einen Weg zwischen v_1, v_2 der Länge n. Welche Bedeutung hat d? Zeigen Sie: d erfüllt die Eigenschaften einer Metrik, also (i) $d(x, y) \geq 0$, (ii) $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$, (iii) $d(x, y) = d(y, x)$ und (iv) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$. (3 Punkte)

8. Beschreiben Sie ein Linearzeitverfahren zur Berechnung einer topologischen Sortierung in einem DAG G, welches *nicht* auf DFS basiert. Gehen Sie von einer Repräsentierung von G durch Adjazenzlisten aus. Begründen Sie die Korrektheit und verifizieren Sie das Linearzeitverhalten Ihres Verfahrens. (12 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 8.11.2006 bis 14.00 Uhr in den Briefkasten im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohligstr.1) bzw. im Karton in der Bibliothek des Mathematischen Institutes jeweils mit der Aufschrift **Informatik II-Übungen**.