

## Übung zur Vorlesung Graphentheorie

### Blatt 9

42. (a) Sei  $G$  ein Graph der Ordnung  $n$ .  $M$  sei Matching von  $G$  und für  $S \subset V$  gelte:  
 $n - 2|M| \leq c_0(G - S) - |S|$ , wobei  $c_0(G)$  die Anzahl der Komponenten ungerader  
Ordnung von  $G$  angibt. Zeige:  
 $M$  ist ein maximales Matching von  $G$ . (1P)
- (b) Zeige: Ein  $n - 1$ -regulärer Graph gerader Ordnung ist 1-faktorisierbar. (1P)
- (c) Der  $k$ -dimensionale Hypercube ist 1-faktorisierbar für alle  $k$ . (2P)
- (d) Zeige:  
Falls ein  $r$ -regulärer Graph, mit  $r$  ungerade, einen 1-Faktor besitzt, so enthält er auch  
einen  $k$ -Faktor für alle  $1 \leq k \leq r$ . (3P)
43. (a) Gib ein Beispiel an für einen Graph, dessen Faktorisierung aus zwei nicht-isomorphen  
2-Faktoren besteht. (3P)
- (b) Gib eine 2-Faktorisierung des  $K_9$  an. (3P)
44. Zeige:  
Ein Graph mit Ordnung  $n = 8$ , Größe  $m \geq 15$  und  $2 = \delta \leq \Delta \leq 5$  hat einen 1-Faktor. (5P)
45. Welche der folgenden Gradsequenzen ist graphisch? (10P)
- (a) 4,3,3,3,2,2,2,1  
(b) 8,7,6,5,4,3,2,1  
(c) 5,5,5,3,3,3,3,3  
(d) 5,4,3,2,1,1,1,1,1,1,1  
(e) 8,7,7,5,4,3,2,1,1,1