

Übung zur Vorlesung Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme

Blatt 9

1. Sei $G = (V, E)$ Digraph mit Kantenbewertung $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ und sei $s \in V$ ein Knoten von dem aus jeder andere Knoten in G erreichbar sei.
 - (a) Schreiben Sie den in der Vorlesung behandelten Ford-Bellman-Algorithmus (FBA) zur Lösung/Entscheidung des s^3p -Problems in G formal in Pseudocode auf. (5 Punkte)
 - (b) Führen Sie den Algorithmus von Hand aus an folgendem kantenbewertetem Digraphen $G = (V, E, c)$ mit $V = \{a, b, c, d\}$, $s = a$ und $(E, c) = \{a \xrightarrow{1} b, b \xrightarrow{1} c, c \xrightarrow{1} d, d \xrightarrow{-3} b\}$. Verwenden Sie dazu eine Tabelle, deren Zeilen durch die Knoten und deren Spalten durch die jeweils kürzesten Wege gegeben sind. Füllen Sie diese Tabelle mit den sich in jeder Iteration ergebenden aktuellen Werte der billigsten Distanzen für die jeweiligen Knoten. Wobei Sie zunächst die Kantenreihenfolge wie in E gegeben verwenden. Ändern Sie nun das Gewicht der Kante $d \rightarrow b$ von -3 zu -2 und führen Sie den FBA erneut wie oben aus, zunächst für die gleiche Kantenreihenfolge; dann in der Reihenfolge $(d \xrightarrow{-2} b, c \xrightarrow{1} d, b \xrightarrow{1} c, a \xrightarrow{1} b)$. (10 Punkte)
 - (c) Begründen Sie zunächst anschaulich die Korrektheit des FBA. Zeigen Sie sodann formal seine Korrektheit. (5 Punkte)
 - (d) Modifizieren Sie Ihren Pseudocode des FBA derart, dass folgende Bedingungen erfüllt werden; begründen Sie die Korrektheit der Modifikationen:
 - (i) Neben den Distanzen billigster Wege soll (falls existiert) auch ein Billigster-Wege-Baum berechnet werden.
 - (ii) Die so berechneten billigsten Wege sollen keine Kreise der Kosten 0 enthalten.
 - (iii) Die zu verarbeitende Kantenfolge soll mittels eines Objektes Q vom Typ Schlange verwaltet werden. (4 Punkte)
2. Erläutern Sie anschaulich den Unterschied zwischen systolischen und semisystolischen Netzwerken. (4 Punkte)
3. Beschreiben Sie anschaulich die Bedeutung der *lag*-Funktion bei der Transformation eines semisystolischen Netzwerkes in ein systolisches. (5 Punkte)
4. Konstruieren Sie einen Algorithmus der mittels eines systolischen n -Prozessorarrays das Produkt Mx in $3n - 1$ Schritten berechnet, wobei $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine reelle Matrix und $x \in \mathbb{R}^n$ ein reeller Vektor ist. Illustrieren Sie die algorithmische Vorgehensweise durch eine schematische Zeichnung (für $n = 3$). (7 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 12.1.2006 bis 12.00 Uhr in den Briefkasten mit der Aufschrift **Übung - Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme** im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohligstr.1). Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in der Übungsstunde am 19.1.2006.

Wir wünschen allen Hörerinnen und Hörern fröhliche Weihnachten und ein erfolgreiches Jahr 2006