

Übung zur Vorlesung Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme

Blatt 2

1. Es seien $M_1, M_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$, reelle Matrizen.
 - a) Geben Sie in Pidgin-Pascal (Pseudocode) einen sequentiellen Algorithmus zur Multiplikation der Matrizen M_1, M_2 an und bestimmen Sie die zugehörige Laufzeit. (4 Punkte)
 - b) Gegeben seien nun n Prozessoren. Beschreiben Sie einen parallelen Algorithmus, der durch Aufteilung der Berechnung in n unabhängige Anteile auf die Prozessoren das Matrixprodukt berechnet. Geben Sie den Algorithmus sodann in Pseudocode in einem geeigneten PRAM-Modell (mit Begründung) an und bestimmen Sie die Laufzeit. (8 Punkte)
 - c) Modifizieren Sie den Algorithmus aus b), um für $O(n^2)$ Prozessoren Laufzeit $O(n)$ zu erzielen. Wie sind die Algorithmen aus a), b), c) unter dem Kostengesichtspunkt zu bewerten? (4 Punkte)
2. Sei $N \in \mathbb{N}$. Eine Division zweier natürlicher Zahlen habe Laufzeit $O(1)$.
 - a) Geben Sie in Pseudocode (mit Korrektheitsbeweis) einen sequentiellen Algorithmus mit Laufzeit $O(N^{1/2})$ an, der entscheidet, ob N prim ist. Welcher Ausdruck ergibt sich für die Zeitkomplexität in der Eingabelänge? (4 Punkte)
 - b) Beschreiben Sie sodann einen parallelen Algorithmus mit $O(\lfloor N^{1/2} \rfloor)$ Prozessoren und Laufzeit $O(1)$. Erläutern Sie um welches (Instruktionen-)Modell es sich hierbei handelt. Ist diese Vorgehensweise unter dem Effizienzgesichtspunkt sinnvoll? (Begründen Sie Ihre Antwort.) (5 Punkte)
3. Seien $a_i \in \{0, 1\}$, $i \in \{1, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}$, Boolesche Werte. Geben Sie (mit Begründung) in Pseudocode einen COMMON-CRCW PRAM-Algorithmus an, welcher den Wert $a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_n$ in Zeit $O(1)$ berechnet. Gehen Sie davon aus, dass ein Array gegeben ist, welcher die Booleschen Werte enthält. (4 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 10.11.2005 bis 12.00 Uhr in den Briefkasten mit der Aufschrift **Übung - Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme** im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohligstr.1). Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in der Übungsstunde am 17.11.2005.