

Übung zur Vorlesung Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme

Blatt 10

1. Führen Sie im Detail die in der Vorlesung informell angegebene Vorgehensweise zur Berechnung der transitiven Hülle eines Digraphen mittels systolischem Netzwerk aus. (8 Punkte)
2. Gegeben sei ein $N^{1/2} \times N^{1/2}$ -Prozessorgitter. Sei nun $a = (a_1, \dots, a_{N^{1/2}}) \in \mathbb{R}^{N^{1/2}}$ eine beliebige Zahlenfolge derart, dass Prozessor P_{1j} zu Beginn das Element a_j hält, für $j = 1, 2, \dots, N^{1/2}$. Beschreiben Sie einen geeigneten parallelen Algorithmus mit Laufzeit $O(N^{1/2})$, der die Folge a aufsteigend sortiert, so dass am Ende die sortierten Elemente von links nach rechts jeweils einzeln bei den Prozessoren der ersten Zeile des Netzwerks vorliegen. (12 Punkte)
3. Sei der k -dimensionale Hypercube $HC_k, k \in \mathbb{N}$, gegeben. Sei $\pi \in S_k$ eine beliebige, aber feste Permutation der Dimensionen. Initial habe Prozessor P_i die Last l_i . Zeigen Sie, dass durch den normalen HC-Lastausgleichsalgorithmus, demzufolge in jeder Zeiteinheit jeweils die über Dimension $\pi(i), i = 1, \dots, k$, paarweise verbundenen Prozessoren die Hälfte ihrer (aktuellen) Last austauschen, nach k Zeiteinheiten auf jedem Prozessor die Last $l = 2^{-k} \sum_{i=1}^{2^k} l_i$ vorliegt, also genau das arithmetische Mittel der Ausgangslasten. (5 Punkte)
4. (a) Es sei $G = (V, E)$ gerichteter, zusammenhängender endlicher Graph. Zeigen Sie: G ist eulersch genau dann, wenn für alle Knoten gilt: Eingangsgrad gleich Ausgangsgrad.
(b) Zeigen Sie, dass die de Bruijn-Netzwerke $DB_k, k \geq 2$, sowohl Eulersch als auch Hamiltonsch sind.
(6 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 19.1.2005 bis 12.00 Uhr in den Briefkasten mit der Aufschrift **Übung - Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme** im Erdgeschoss des Pohligshauses (Pohligstr.1). Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in der Übungsstunde am 26.1.2006.