

Übung zur Vorlesung Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme

Blatt 1

Allgemeine Hinweise:

Um an den Übungen erfolgreich teilzunehmen, müssen Sie

1. die Übungen bearbeiten und dabei mindestens 40 % der möglichen Punkte erreichen,
2. während der Übungsstunde aktiv mitarbeiten,
3. die Klausur bestehen.

Der Erwerb eines Scheines ist durch die erfolgreiche Teilnahme an einer am Ende der Vorlesungszeit stattfindenden Klausur möglich.

- Zu 1:** Die neuen Übungsaufgaben finden Sie jeweils in der Regel donnerstags im WWW unter http://www.informatik.uni-koeln.de/lis_speckenmeyer/teaching. Die Abgabe erfolgt in der Regel jeweils in der nächsten Woche bis spätestens Donnerstag 12.00 Uhr in den entsprechenden Briefkasten im Erdgeschoss (Pohligstr.1); maximal 2 Personen können pro Übungsblatt gemeinsam abgeben. Zum Erhalt von Bonuspunkten für die Klausur müssen mindestens 40 % der in den Hausaufgaben möglichen Punkte erreicht werden.
- Zu 2:** Die Übungsaufgaben werden jeweils am Donnerstag eine Woche nach der Abgabe in der Zeit 08.30 -10.00 Uhr in Raum 305/306 besprochen. Jeder, der eine korrekt bearbeitete Aufgabe abgegeben hat, sollte auch in der Lage sein, diese in der Übung vorzuführen.
- Zu 3:** Die Klausur (Anmeldung zu gegebener Zeit erforderlich) findet statt am Do, 9.2.2006, in der Zeit 08.00 - 10.00 Uhr, Raum 305/306, Pohligstr. 1. Die Klausur ist bestanden, wenn Sie mind. 50 % der erreichbaren Klausurpunkte erhalten. Zwischen 10 % und 20 % der zum Bestehen notwendigen Klausurpunkte können Sie als Bonuspunkte erhalten, wenn Sie mindestens 40 % der erreichbaren Übungspunkte erwerben. Der volle Bonus (von 20 %) wird ab 80 % der erreichbaren Übungspunkte vergeben.

Neue Informationen erhalten Sie auf den aktuellen Übungsblättern oder auf der WWW-Seite zu den Übungen.

Aufgaben:

1. Ein d -dimensionaler *Hyper-Würfel* (*Hypercube*) $HC_d, d \in \mathbb{N}$, wird wie folgt als Graph definiert: Die Knoten sind gegeben durch alle Wörter der Länge d über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Je zwei dieser Knoten werden genau dann durch eine Kante verbunden, wenn sich die korrespondierenden Wörter an genau einer Stelle unterscheiden. (Wie üblich bezeichnen $V(G), E(G)$ die Knoten- bzw. Kantenmenge eines Graphen G .)
 - a) Berechnen Sie $|E(HC_d)|$. (2,5 Punkte)

- b) Sei nun $M = \{m_1, \dots, m_d\}$ eine beliebige Menge. Stellen Sie eine eindeutige Zuordnung zwischen $V(HC_d)$ und 2^M (Potenzmenge von M) her. Welche Bedeutung hat $E(HC_d)$ in diesem Kontext? (1,5 Punkte)
- c) Der Durchmesser $D(G)$ eines Graphen G ist durch $D(G) := \max_{u,v \in V(G)} d(u,v)$ definiert. Geben Sie mit Beweis $D(HC_d)$ an. (1 Punkt)
- d) Bestimmen Sie eine geeignete, disjunkte Knotenpartition $V(HC_d) = V_1 \cup V_2$, die zeigt, dass HC_d bipartit ist (mit Beweis). (Definitionsgemäß heißt ein Graph G bekanntlich bipartit genau dann, wenn es eine disjunkte Zerlegung $V(G) = V_1 \cup V_2$ gibt derart, dass $\forall e \in E(G) : \exists v_i \in V_i, i = 1, 2 : e = \{v_1, v_2\}$, die Knoten der Mengen V_1, V_2 also jeweils unabhängig sind.) (4 Punkte)
2. Erläutern Sie an Hand eines Beispiels die Konstruktion eines logischen 3D-Torus-Netzwerks aus einem topologischen 3D-Gitter-Netzwerk. (3 Punkte)
3. Sei Π ein gegebenes (algorithmisches) Problem und sei $T(n)$ die (asymptotische) Laufzeit eines besten sequentiellen Algorithmus zur Lösung einer Π -Instanz der Inputlänge $n \in \mathbb{N}$. Sei nun $t(n)$ die (asymptotische) Laufzeit eines gegebenen parallelen Algorithmus A zur Lösung von Π mit $p(n)$ Prozessoren, dann heißt der Quotient $v := \frac{T(n)}{t(n)}$ der (*asymptotische*) *Speedup* von A , wobei angenommen wird, dass dem Einprozessorsystem genau so viel Speicher zur Verfügung steht wie dem p -Prozessorsystem.
- a) Zeigen Sie $v \leq p$. (2 Punkte)
- b) Sei f der parallelisierbare relative Laufzeitanteil eines RAM-Algorithmus. Zeigen Sie, dass dann für eine p -Prozessor PRAM gilt: $v \leq (1 - f + f/p)^{-1}$ (4 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 3.11.2005 bis 12.00 Uhr in den Briefkasten mit der Aufschrift **Übung - Algorithmen für netzwerkgekoppelte Systeme** im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohlighstr.1). Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in der Übungsstunde am 10.11.2005.