

Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik

Blatt 8

Aufgaben:

29. Welche der folgende Aussagen sind korrekt? Begründen Sie ihre Antwort.

- (a) $2^n \in \Theta(2^{n+a})$ für jede Konstante $a \in \mathbb{N}$. (1 Punkt)
- (b) $2^{b \cdot n} \in \Theta(2^n)$ für jede Konstante $b \in \mathbb{N}$. (1 Punkt)
- (c) $\log_b n \in \Theta(\log_c n)$ für alle reelle Zahlen $b, c > 1$. (1 Punkt)
- (d) $(n+1)! \in O(n!)$. (1 Punkt)
- (e) $\log(n!) \in \Theta(n \cdot \log n)$. (2 Punkte)

30. Beweisen Sie für alle Funktionen f und $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$, dass folgende Aussagen gelten:

- (a) $f \in O(g)$ und $g \in O(h)$ impliziert $f \in O(h)$.
- (b) $f \in O(g) \Leftrightarrow g \in \Omega(f)$.
- (c) $f \in \Theta(g) \Leftrightarrow g \in \Theta(f) \Leftrightarrow \Theta(f) = \Theta(g)$.

(3 Punkte)

31. (a) Beweisen Sie, dass die folgenden Funktionen platzkonstruierbar sind:

- i. 2^n ,
- ii. $\lceil \log_{10}(n+1) \rceil$.

(4 Punkte)

(b) Beweisen Sie, dass die folgenden Funktionen zeitkonstruierbar sind:

- i. $2n$,
- ii. n^3 .

(4 Punkte)

32. (a) Finden Sie zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ für die keine einzige der Aussagen $f = o(g)$, $f \in O(g)$, $f \in \Theta(g)$, $f \in \Omega(g)$ und $f = \omega(g)$ (dies ist gleichbedeutend mit $g = o(f)$) gilt. (3 Punkte)

(b) Vereinfachen Sie den Ausdruck $\sqrt{n + O(\sqrt{n})}$ so stark wie möglich! (2 Punkte)

(c) Vergleichen Sie das Wachstum (asymptotisches Verhalten) der folgenden Funktionen:

- i. $n^{\log_2 n}$ vs. $(\log_2 n)^n$
- ii. n^n vs. $n!$

(2 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 30.06.2004 bis 14.00 Uhr in den Briefkasten mit der Aufschrift **Übung - Theoretische Informatik** im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohligstr.1). Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in der Übungsstunde am 01.07.2004.