

## Übung zur Vorlesung Theoretische Informatik

### Blatt 2

#### Aufgaben:

5. Ein Graph  $T = (V, E')$  heißt Spannbaum eines Graphen  $G = (V, E)$ , falls  $T$  ein Baum (ein kreisfreier zusammenhängender Graph) und  $E' \subseteq E$  ist. Das Gewicht eines Spannbaumes  $T = (V, E')$  eines gewichteten Graphen  $(G, c)$  entspricht der Summe  $\sum_{e \in E'} c(e)$  aller Gewichte der Kanten in  $E'$ . Das Problem des Spannbaumes ist, für einen gewichteten Graphen  $(G, c)$  einen Spannbaum mit dem minimalen Gewicht zu bestimmen. Geben Sie die formale Darstellung des Problems des minimalen Spannbaumes als Optimierungsproblem an. (3 Punkte)

6. Finden Sie eine injektive Abbildung  $H$  von  $(\Sigma_{bool})^*$  nach  $\{0, 1, 2, 3, 4\}^* = \Sigma_5^*$ , so dass

$$|x| \geq 2 \cdot |H(x)|$$

für jedes  $x \in (\Sigma_{bool})^*$ ,  $|x| \geq 4$ . Was für einen Komprimierungsfaktor kann man erreichen, wenn man statt  $\Sigma_5$  das Alphabet  $\Sigma_m$  für ein  $m > 5$  nimmt? (4 Punkte)

7. Finden Sie zwei Wörter  $x, y \in (\Sigma_{bool})^*$ , so dass

- (a) die Komprimierungsmethode der Teilwörterpotenzen eine kürzere Darstellung für  $x$  als die Methode der Primzahlzerlegung liefert und
- (b) die Komprimierungsmethode der Primzahlzerlegung für  $y$  zu einer kürzeren Darstellung führt als die Methode der Teilwörterpotenzen.

(4 Punkte)

8. (a) Beweisen Sie die folgenden Behauptung: Es existiert eine Konstante  $c$ , so dass für jedes  $n \in \mathbb{N} - \{0\}$

$$K((01)^{2^n}) \leq \lceil \log_2(n) \rceil + c = \lceil \log_2 \log_2(|(01)^{2^n}|/2) \rceil + c$$

(3 Punkte)

- (b) Beweisen Sie, dass für alle  $i, n \in \mathbb{N} - \{0\}$ ,  $i < n$ ,  $2^n - 2^{n-i}$  unterschiedliche Wörter  $x$  in  $(\Sigma_{bool})^n$  existieren, so dass

$$K(x) \geq n - i.$$

(3 Punkte)

- (c) Beweisen Sie, dass es unendlich viele Zahlen  $m$  gibt, so dass

$$K(m) \geq \lceil \log_2(m) \rceil - 1.$$

(3 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen erfolgt am 12.05.2004 bis 14.00 Uhr in den Briefkasten mit der Aufschrift **Übung - Theoretische Informatik** im Erdgeschoss des Pohlighauses (Pohligstr.1). Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in der Übungsstunde am 13.05.2004.