Dr. Christoph Buchheim†
Dr. Frauke Liers†
Dr. Diana Fanghänel†

Sommersemester 2008

Übung 10 - Diskrete robuste Optimierung II

Besprechung Dienstag, den 24.06.2008, in der Übung

Robuste Optimierung

Aufgabe 1: Sei $\mathcal{W} = \{\tilde{\sigma}^\top x : \; x \in \{0,1\}^n\}$ und sei $\tilde{\sigma} \in \mathbb{R}^n_+$ ein Vektor mit positiven Einträgen.

a) Geben Sie die Kardinalität von $\mathcal{W}$ an für $\tilde{\sigma} = (3,1,2,2)^\top$ und für $\tilde{\sigma} = (3,2,2)^\top$.

b) Begründen Sie, warum stets $|\mathcal{W}| \leq 2^n$ gilt.

c) Geben Sie einen Vektor $\tilde{\sigma}$ an mit $|\mathcal{W}| = 2^n$.

Aufgabe 2: Was ändert sich in Satz 6.1 aus der Vorlesung, wenn wir statt

$$\mathcal{W} = \{\tilde{\sigma}^\top x : \; x \in \{0,1\}^n\} \quad \text{die Menge} \quad \mathcal{W}^* = \{\tilde{\sigma}^\top x : \; x \in X\}$$

verwenden mit $X \subseteq \{0,1\}^n$?

Aufgabe 3 (Minimale Spannbäume): Es sei ein zusammenhängender Graph $G = (V,E)$ gegeben mit nichtnegativen Kantengewichten. Seien ellipsoidale Unsicherheiten auf den Kanten mit $\tilde{\sigma} = (s^2, \ldots, s^2)$, $s > 0$. Zeigen Sie, dass dann der optimale Wert des robusten Minimalen-Spannbaum-Problems

$$z^* = z^0 + rs \cdot \sqrt{|V| - 1}$$

beträgt, wobei z^0 der optimale Wert des nominalen Problems sei.
Geben sie eine analoge Formel für das Problem des Handlungsreisenden an.

Aufgabe 4 (Minimale Spannbäume mit korrelierten Unsicherheiten): Es sei eine Kovarianzmatrix $\Sigma = (\sigma_{ij})$ gegeben mit

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} s & \text{im Fall } i = j \\ t & \text{im Fall } i \neq j, \end{cases}$$

$s > 0$, $t > 0$. Geben Sie analog zu Aufgabe 3 eine Formel für den optimalen Wert z^* des robusten Minimalen-Spannbaum-Problems an.

Aufgabe 5: Zeigen Sie für $\xi(x) = \max_d \{d^\top x : \; \sqrt{d^\top \Sigma^{-1} d} \leq r\}$:

$$\xi(x) = r \cdot \sqrt{x^\top \Sigma x}.$$

---

† {buchheim|liers|fanghaenel}@informatik.uni-koeln.de
Hinweise bezüglich der Vorlesung und der Übungen finden Sie unter :
http://www.informatik.uni-koeln.de/ls_juenger/teaching/ss_08/